2008 12/28(SUN)　Presented by Minami

Quad Erat Demonstrandum? : http://ameblo.jp/dwave/

導出したい公式

$$\frac{d}{dx}\arcsin x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\ ,\ \frac{d}{dx}\arccos x = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\ ,\ \frac{d}{dx}\arctan x = \frac{1}{1+x^2}$$

1．$\dfrac{d}{dx}\arcsin x$ を導出する．

$y=\arcsin x$ と置く．$\rightarrow \quad x = \sin y.$

(この変形によって,私たちが知っている $\sin$ の微分を使えるわけです.)

両辺を x で微分する．　$1 = \cos y\,\dfrac{dy}{dx}$ (合成関数の微分法より)

$\dfrac{dy}{dx}$ について解く．　$\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{\cos y}.$

$$\cos^2 y = 1 - \sin^2 y.$$

$x = \sin y$ なので，$\cos^2 y = 1 - x^2.$

$$\therefore \cos y = \sqrt{1-x^2}.$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{1}{\cos y} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \quad //$$

2．$\dfrac{d}{dx}\arccos x$ を導出する．

$y=\arccos x$ と置く．$\rightarrow \quad x = \cos y.$

両辺を x で微分する．　$1 = -\sin y\,\dfrac{dy}{dx}$ (合成関数の微分法より)

$\dfrac{dy}{dx}$ について解く．　$\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{1}{\sin y}.$

$$\sin^2 y = 1 - \cos^2 y.$$

$x = \cos y$ なので，$\sin^2 y = 1 - x^2.$

$$\therefore \sin y = \sqrt{1-x^2}.$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = -\frac{1}{\sin y} = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \quad //$$

Let's try!!　$\dfrac{d}{dx}\arctan x$ も導出してみてください. $\left(\textbf{HINT}\quad \dfrac{1}{\cos^2 y} = \dfrac{\cos^2 y + \sin^2 y}{\cos^2 y} = 1 + \tan^2 y\right)$