

## 2009/07/12 線形代数確認テスト

- 制限時間は 50 分.
- 出来たら途中でやめても OK.
- どんな点数を取っても別に問題はない. あくまでこのテストは数学力 UP が目的.

1. 次の行列の固有値を固有ベクトル, 固有空間を全て求めよう.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

2. 次の等質連立1次方程式が自明解以外の解を持つときの  $a, b$  の関係式を求めよう.

$$\begin{pmatrix} a & 1 & 0 \\ 0 & 2 & b \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

3.  $A$  が非正則行列ならば,  $Av = \mathbf{0}$  となる  $\mathbb{R}^n$  のベクトル  $v \neq 0$  が存在することを証明せよ.

4. 次の行列  $C$  について, 次の問に答えよ.

$$C = \begin{pmatrix} 6 & -3 & -7 \\ -1 & 2 & 1 \\ 5 & -3 & -6 \end{pmatrix}$$

- (a) 固有値と固有ベクトルと固有空間を全て求めよ.
- (b)  $C^{-1}$  の固有値と固有ベクトルと固有空間を全て求めよ.



# 計算用紙