

## 2009/07/18(SAT) 線形代数確認テスト

- 制限時間は 50 分.
- 出来たら途中でやめても OK.
- どんな点数を取っても別に問題はない. あくまでこのテストは数学力 UP が目的.

1. 次のベクトルの組は, 互いに線形独立か, 線形従属かを答えよ.

$$\mathbf{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{x}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{x}_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

2. 次の行列  $B$  の固有値と固有ベクトル, 固有空間を全て求め, 全ての固有値について, 代数的重複度と幾何的重複度の間にはどのような関係があるかを調べよ.

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

3. 等質連立 1 次方程式  $Ax = 0$  は,

- $\det A \neq 0 \Rightarrow$  自明な解  $x = 0$  のみを持つ.
- $\det A = 0 \Rightarrow$  非自明な解 (自明な解以外の解) を持つ.

このことを示せ.

# 計算用紙