

2009/07/19(SUN) 線形代数確認テスト

- 制限時間は 50 分.
- 出来たら途中でやめても OK.
- どんな点数を取っても別に問題はない. あくまでこのテストは数学力 UP が目的.

1. n 次正方形行列 A の相異なる固有値 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ に対応する固有ベクトルの組 $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ は, 互いに線形独立であることを示せ.

HINT : 線形関係式の両辺に ...

2. n 次の正方行列 A が相異なる n 個の固有値 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ を持つならば, A は対角化可能であることを示せ. (前問の結果を用いても良い)

3. 次のベクトルの組は, 互いに線形独立か, 線形従属かを答えよ.

$$\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

4. 次の行列 A を対角化せよ.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

ただし, $P^{-1}AP$ の行列計算を実際に行う必要はない (結果のみを示せば良い).

計算用紙